

# ИСПИТ ИЗ ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ 2

8. септембар 2005.

**Напомене:** Испит траје 240 минута. Није дозвољено напуштање сале 120 минута од почетка испита. Писати искључиво хемијском оловком. Дозвољена је употреба непрограмабилних калкулатора. Дозвољена је употреба само овога папира и једне вежбанке, који се морају заједно предати. Питања радити искључиво на овоме папиру, а задатке искључиво у вежбанци. Коначне одговоре на питања и тражена извођења уписати у одговарајуће кућице, уцртати у дијаграме или заокружити понуђене одговоре. Одговори без извођења се неће признати. Свако питање носи по 5 поена, а задатак по 20 поена. Колоквијум може заменити питања 1 и 2 и задатак 1.

**Попунити податке о кандидату у следећој табели. Исте податке написати и на омоту вежбанке.**

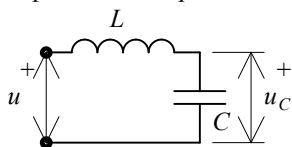
ПОДАЦИ О КАНДИДАТУ						Колоквијум питања			Укупно питања					
Група са предавања		Индекс година/број		Презиме и име										
П1 П2 ПЗ РТИ		/				Колоквијум задаци			Укупно задаци					
ПИТАЊА						ЗАДАЦИ			<b>ОЦЕНА</b>			Укупно поена		
1	2	3	4	5	6	1	2	3						

## ПИТАЊА

1. Да ли постоји веза између уопштеог Амперовог закона и једначине континуитета за сталне струје? Образложити одговор.

2. Врло дугачак солениод, кружног попречног пресека полупречника  $a$  и подужне густне завојака  $N'$ , налази се у вакууму. У солениоду постоји простопериодична струја  $i(t) = I\sqrt{2} \cos \omega t$ . Извести израз за индуковано електрично поље у солениоду. Скицирати солениод и означити све потребне референтне смерове.

3. На слици је приказана редна веза калема и кондензатора. Познат је напон кондензатора,  $u_C(t) = U\sqrt{2} \cos \omega t$ . Одредити израз за напон редне везе ако је  $\omega^2 LC = 2$ .



$u(t) =$

4. Пријемник комплексне импедансе  $\underline{Z} = (1 - j) \text{ k}\Omega$  прикључен је на простопериодични напон ефективне вредности  $U = 100 \text{ V}$ , учестаности  $f = 50 \text{ Hz}$  и почетне фазе  $\theta = \pi/2$ . Израчунати (а) тренутну, (б) активну, (в) реактивну и (г) комплексну привидну снагу пријемника и (д) његов фактор снаге.

(а)

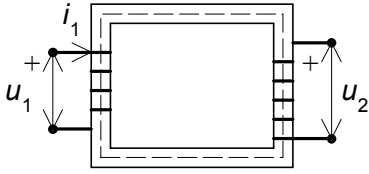
(б)

(в)

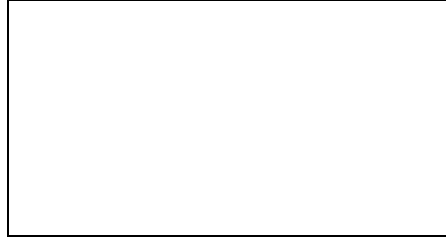
(г)

(д)

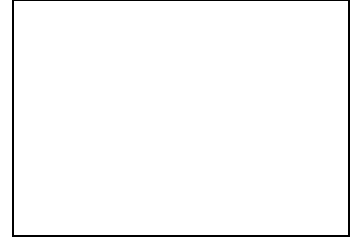
5. За савршени трансформатор са слике познати су бројеви завојака примара и секундара ( $N_1$  и  $N_2$ ), средњи обим ( $l$ ), површина попречног пресека ( $S$ ), пермеабилност феромагнетског језгра које се сматра линеарним ( $\mu$ ) и напон примара,  $u_1(t) = U_1 \sqrt{2} \cos \omega t$ . Одредити изразе за тренутне вредности (а) струје примара када је секундар у празном ходу и (б) напона секундара када је секундар затворен пријемником комплексне импедансе  $Z$ .



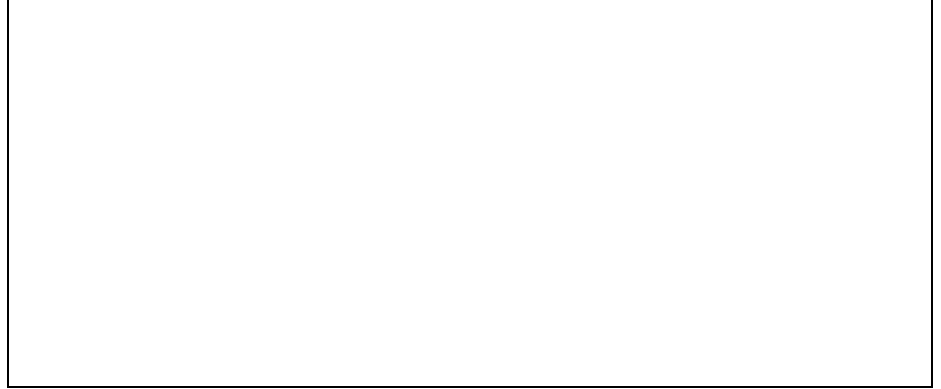
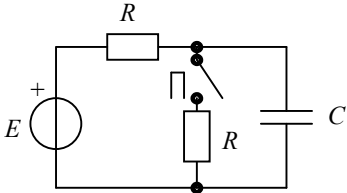
(а)



(б)

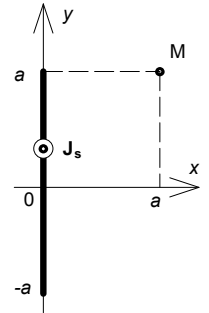


6. У колу на слици је  $E = 200 \text{ V}$ ,  $R = 1 \text{ k}\Omega$  и  $C = 100 \mu\text{F}$ . У колу је успостављено стационарно стање при отвореном прекидачу П. Прекидач П је отворен до тренутка  $t = 0$ , а онда се затвара. Извести диференцијалну једначину за ово коло за  $t > 0$  и решити је.

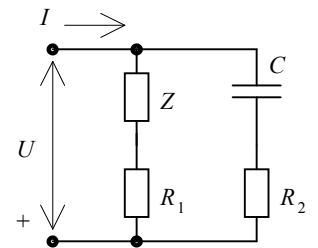


## ЗАДАЦИ

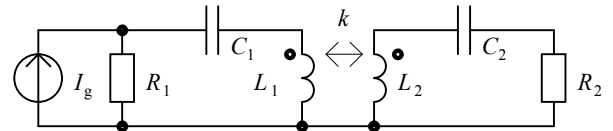
1. Врло дугачка танка трака ширине  $2a$ , чији је попречни пресек приказан на слици, налази се у вакууму. У траци постоји стална струја у смеру  $z$ -осе (нормалне на раван цртежа). Расподела струје је неравномерна, и то тако да густина површинске струје зависи само од Декартове координате  $y$  као  $J_s(y) = J_{s0} y/a$ , где је  $J_{s0}$  константа. Одредити израз за вектор магнетске индукције траке у тачки М чије су координате  $(a, a)$ .



2. У колу простопериодичне струје приказаном на слици је  $U = 100 \text{ V}$ ,  $\theta = -\pi/2$ ,  $U_{R1} = 20 \text{ V}$ ,  $U_Z = 60\sqrt{2} \text{ V}$ ,  $U_C = 80 \text{ V}$ ,  $P_{R1} = 20 \text{ W}$  и  $P_{R2} = 60 \text{ W}$ . Пријемник импедансе  $Z$  је претежно индуктиван. Израчунати комплексну струју  $\underline{I}$ .



3. У колу простопериодичне струје приказаном на слици је  $I_g = 1 \mu\text{A}$ ,  $\omega = 10^8 \text{ s}^{-1}$ ,  $R_1 = R_2 = 50 \Omega$ ,  $L_1 = L_2 = 10 \mu\text{H}$  и  $C_1 = C_2 = 10 \text{ pF}$ . Израчунати коефицијент спреге ( $k$ ) при коме је снага отпорника  $R_2$  максимална, као и ту максималну снагу.



# ОДГОВОРИ НА ПИТАЊА И РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ИСПИТА ИЗ ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ 2 ОДРЖАНОГ 8. СЕПТЕМБРА 2005. ГОДИНЕ

## ПИТАЊА

1. Пошто десна страна уопштеног Амперовог закона,  $\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$ , важи за било коју површ  $S$  ослоњену на контуру  $C$ , из

тога закона следи једначина континуитета,  $\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0$ .

2. Због симетрије, индуковано електрично поље има само циркуларну компоненту, чији се интензитет добија из Фарадејевог закона,  $E = \mu_0 N' I \sqrt{2} \omega \sin \omega t r / 2$ .

3.  $u(t) = -U\sqrt{2} \cos \omega t$ .

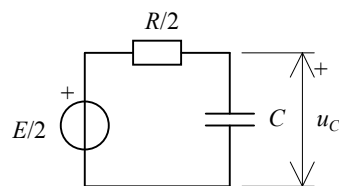
4.  $p(t) = 10\sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/2) \cos(\omega t + 3\pi/4)$  W,  $P = 5$  W,  $Q = -5$  VAR,  $\underline{S} = (5 - j5)$  VA,  $k = \sqrt{2}/2$ .

5.  $i_1(t) = \frac{U_1 l \sqrt{2} \sin \omega t}{\omega \mu N^2 S}$ ,  $u_2(t) = -\frac{N_2}{N_1} U_1 \sqrt{2} \cos \omega t$ .

6. Када се затвори прекидач, у односу на кондензатор се остатак кола може заменити Тевененовим генератором електромоторне силе  $E/2$  и отпорности  $R/2$ , као на слици.

Диференцијална једначина за то просто коло гласи  $\frac{du_C}{dt} + \frac{2}{RC} u_C = \frac{E}{RC}$ . Почетни услов је

$u_C(0+) = E$ , па је решење  $u_C(t) = \frac{E}{2} (1 + e^{-2t/RC})$ ,  $t > 0$ .



## ЗАДАЦИ

1. Изделимо задату траку на уске бесконачно дугачке траке ширине  $dy$ . Јачина струје једне уске траке је

$dI = J_s dy = \frac{J_{s0} y dy}{a}$ . Њена магнетска индукција има само циркуларну компоненту у односу на ту траку, а интензитет је

$dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi r}$ , где је  $r = \sqrt{a^2 + (a-y)^2}$  растојање између тачке М и траке. Пројекције вектора  $d\mathbf{B}$  су  $dB_x = dB \frac{y-a}{r}$  и

$dB_y = dB \frac{a}{r}$ , па су компоненте резултантног вектора магнетске индукције

$$B_x = \int_{-a}^a \frac{\mu_0 J_{s0} y (y-a) dy}{2\pi a r^2} = -\frac{\mu_0 J_{s0}}{2\pi} \left( \arctg \frac{1}{3} + \ln \sqrt{5} + \frac{\pi}{4} - 2 \right) \text{ и } B_y = \int_{-a}^a \frac{\mu_0 J_{s0} y a dy}{2\pi a r^2} = \frac{\mu_0 J_{s0}}{2\pi} \left( \arctg \frac{1}{3} - \ln \sqrt{5} + \frac{\pi}{4} \right).$$

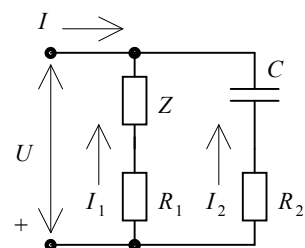
2. Ефективна вредност струје прве гране је  $I_1 = 1$  A. Из фазорског дијаграма и косинусне теореме се добија косинус фазне разлика између напона  $U$  и те струје,  $\cos \phi_1 = \frac{4}{5}$ . Пошто је

пријемник импедансе  $Z$  претежно индуктиван,  $\sin \phi_1 = \frac{3}{5}$ . Стога је  $\underline{I}_1 = (-0,6 - j0,8)$  A

Ефективна вредност напона другог отпорника је  $U_{R_2} = 60$  V, па је ефективна вредност струје

друге гране  $I_2 = 1$  A. Пошто је  $\cos \phi_2 = \frac{3}{5}$  и  $\sin \phi_2 = -\frac{4}{5}$ , то је  $\underline{I}_2 = (0,8 - j0,6)$  A. Коначно,

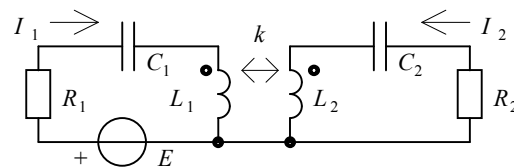
$$\underline{I} = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_2) = (-0,2 + j1,4) \text{ A}.$$



3. Паралелна веза идеалног струјног генератора и отпорника може се заменити редном везом идеалног напонског генератора и отпорника, као на слици, при чему је  $E = R_1 I_g = 50 \mu V$ . С обзиром да је

$\omega L_1 = \frac{1}{\omega C_1} = \omega L_2 = \frac{1}{\omega C_2} = X = 1 \text{ k}\Omega$  и  $L_{12} = k L_1$ , једначине спрегнутих кола

гласе:  $\underline{E} = R_1 \underline{I}_1 + jkX \underline{I}_2$ ,  $0 = R_2 \underline{I}_2 + jkX \underline{I}_1$ , одакле је  $\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}}{j \left( \frac{R_1 R_2}{kX} + kX \right)}$ .



Снага отпорника  $R_2$  је максимална када је ефективна вредност ове струје

максимална, односно када је  $k = 0,05$ . Тада је  $I_2 = \frac{E}{2R_1} = 0,5 \mu\text{A}$  и  $P_{R_2} = 12,5 \text{ pW}$ . Задатак се може решити и користећи се теоремом прилагођења по снази. Треба израчунати комплексну импедансу коју види реални напонски генератор  $E$ - $R_1$  и изједначити је са  $R_1$ , итд.